МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ

ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ им. С.А. ХРИСТИАНОВИЧА СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК (ИТПМ СО РАН)

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИТПМ СО РАН
чл.-корр. РАН

________________ А.Н. Шиплюк

«17» 05 20 22 г.

ПРОГРАММА

вступительного экзамена в аспирантуру ИТПМ СО РАН

Область науки:

1. Естественные науки

Группа научных специальностей

1.1 Математика и механика

Научная специальность

1.1.8 Механика деформируемого твердого тела

Форма обучения

Очная

Новосибирск – 2022

В основу программы вступительного экзамена в аспирантуру по научной специальности 1.1.8 – механика деформируемого твердого тела положены курсы, читаемые на механико-математических и физико-математических факультетах университетов и в высших учебных заведениях технического профиля.

Раздел 1. Теория упругости

Вопросы:

1. Теория деформаций. Компоненты малой деформации и их преобразование при повороте. Тензор малых деформаций и его инварианты. Главные деформации. Объемное расширение. Уравнения совместности деформаций. Определение перемещений по компонентам малой деформации.

2. Теория напряжений. Понятие напряжения. Компоненты напряжения и их преобразования при повороте. Тензор напряжения и его инварианты. Главные напряжения. Уравнения равновесия. Закон парности касательных напряжений.

3. Закон Гука. Общий случай линейной зависимости между тензорами напряжений и деформацией. Энергия деформации. Термодинамические условия обратимости. Упругий потенциал. Упругие анизотропные среды. Случай изотропного тела. Упругие константы.

4. Постановка задачи теории упругости. Уравнения теории упругости в перемещениях. Уравнения Бельтрами и постановка задач теории упругости в напряжениях. Общее решение уравнений теории упругости в форме Буссинеска–Галеркина и Папковича–Нейбера. Принцип Сен-Венана.

5. Общие теоремы теории упругости. Теорема об энергии деформации. Принцип минимума потенциальной энергии. Принцип минимума дополнительной работы. Закон взаимности. Теорема единственности и существования решений краевых задач теории упругости. Применение вариационных принципов Лагранжа и Кастильяно для решения задач.

6. Отдельные задачи теории упругости. Кручение и изгиб призматических стержней. Центр изгиба. Приведение задач кручения и изгиба к основным задачам для гармонических функций. Теорема о циркуляции касательных напряжений. Мембранная аналогия. Труба и сфера под действием внутреннего давления.

7. Плоская задача теории упругости. Плоская деформация и обобщенное напряженное состояние. Функция напряжений. Функция Гурса для односвязной и многосвязной области. Краевые условия для основных задач (в форме Колосова–Мусхелишвили). Преобразование уравнений плоской задачи к полярным координатам. Сосредоточенная сила и пара, приложенные в точке упругой плоскости. Применение конформных отображений. Метод Н.И. Мусхелишвили. Сосредоточенная сила, приложенная к некоторой точке границы полуплоскости. Круговой диск под действием сосредоточенных сил, приложенных к контуру.

8. Осесимметрическая задача. Закон Гука и уравнения равновесия в цилиндрических координатах. Сосредоточенная сила в точке неограниченной среды. Задача Буссинеска для полупространства.

9. Элементы теории тонких стержней и пластин. Приближенное уравнение равновесия тонкой упругой пластинки. Изгибающие и крутящие моменты. Граничные условия. Потенциальная энергия изогнутой пластинки. Вариационное уравнение поперечного изгиба пластины.

10. Динамические задачи теории упругости. Потенциалы смещений. Продольные и поперечные волны. Поверхностные волны в однородном упругом полупространстве и слое.

11. Элементы механики разрушения. Модель тела с трещинами. Поля напряжений и смещений в окрестности края трещины в упругом теле. Виды трещин. Энергетический критерий Гриффитса. Коэффициенты интенсивности напряжений. Формулы Ирвина.

12. Контактные задачи. Задача Герца. Контактное взаимодействие абсолютно жесткого штампа и упругой полуплоскости. Взаимодействие упругого тела с жесткой плоскостью. Соударение упругих тел.

Основная литература

1. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 709 с.
2. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.
3. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
4. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
5. Жермен П. Курс механики сплошной среды. М.: Высш.шк., 1983. 399 с.
6. Горшков А.Г., Старовойтов Э.И., Тарлаковский Д.В. Теория упругости и пластичности. М.: Физматлит, 2002. 416 с.
7. Зубчанинов В.Г. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высш. шк., 1990. 368 с.

Дополнительная литература

1. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
2. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980. 512 с.
3. Сьярле Ф. Математическая теория упругости. М.: Мир, 1992.
4. Партон В.З., Перлин П.И. Интегральные уравнения теории упругости. М.: Наука, 1977. 320 с.
5. Партон В.З., Прелин П.И. Методы математической теории упругости. М.: Наука. 1981. 688 с.
6. Бреховских Л.М., Гончаров В.В. Введение в механику сплошных сред (в приложении к теории волн). М.: Наука, 1982. 336 с.
7. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошной среды. М.: Мир, 1975. 592 с.
8. Marsden J.E., Hughes T.J.R. Mathematical foundations of elasticity. Dover. 1994. 556 p.

9. Epstein M. The Geometrical Language of Continuum Mechanics. Cambridge University Press. 2010. 312 p.

Раздел 2. Теория пластичности

Вопросы:

1. Основные положения теории пластичности. Закон Гука, сформулированный в терминах шарового тензора и девиатора. Одномерная диаграмма растяжения (сжатия). Упругая и пластическая части деформации. Условия пластичности. Уравнения теории малых упруго-пластических деформаций и уравнения теории течения.
2. Общие теоремы. Условия непрерывности на поверхности раздела упругой и пластической областей. Теоремы о простом нагружении. Теорема о разгрузке. Минимальные принципы в теории упруго-пластических деформаций. Экстремальные принципы для жестко-пластического тела. Энергетический метод нахождения предельных нагрузок, элементы теории предельного равновесия.
3. Простейшие задачи теории пластичности. Упруго-пластический изгиб балок. Совместное кручение и растяжение тонкостенной трубы. Полая сфера и труба под действием давления. Пластическое и упруго-пластическое кручение стержней. Аналогия Надаи.
4. Плоская деформация для жестко-идеально-пластического тела. Основные уравнения. Линии скольжения, их свойства. Простые напряженные состояния. Граничные условия. Основные краевые задачи. Определение поля скоростей. Разрывные решения. Задача о растяжении полосы с вырезами. Задача о вдавливании плоского штампа.

Основная литература

1. Качанов Л.И. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.
2. Соколовский В.В. Теория пластичности. М.: Высш.шк., 1969. 608 с.
3. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
4. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упруго-пластического разрушения. М.: Наука, 1985. 504 с.
5. Быковцев Г.И., Ивлев Д.Д. Теория пластичности. Владивосток: Дальнаука, 1998. 528 с.
6. Зубчанинов В.Г. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высш. шк., 1990. 368 с.

Дополнительная литература

1. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Гостехтеориздат, 1956. 408 с.
2. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. М.: АН СССР, 1963. 272 с.

3. Клюшников В.Д. Физико-математические основы прочности и пластичности. М.: Изд-во Московского университета, 1994. 189 с.
4. Мосолов П.П., Мясников В.П. Механика жесткопластических сред. М.: Наука, 1981. 208 с.
5. Томас Т. Пластическое течение и разрушение в твердых телах. М.: Мир, 1964. 308 с.
6. Maugin G.A. The Thermomechanics of Plasticity and Fracture. Cambridge University Press. 1992. 350 p.

Раздел 3. Математические методы в механике деформируемого твердого тела

Вопросы:

1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными и их приложения в механике деформируемого твердого тела. Канонические формы уравнений с постоянными коэффициентами. Уравнение гиперболического типа. Уравнение поперечных колебаний струн. Уравнения продольных колебаний стержней и струн. Краевые и начальные условия. Задача для неограниченной струны. Формула Даламбера и ее интерпретация. Полуограниченная прямая. Ограниченный отрезок. Метод Фурье.

2. Уравнение параболического типа. Постановка краевых задач. Метод разделения переменных применительно к первой краевой задаче для уравнения теплопроводности. Уравнения параболического типа в задачах термоупругости.

3. Уравнение эллиптического типа. Стационарное тепловое поле. Задача (внутренняя и внешняя) Дирихле и Неймана. Двумерная задача. Гармонические функции и аналитические функции комплексного переменного. Основные свойства гармонических функций. Первая краевая задача для круга. Метод Фурье. Интеграл Пуассона. Задача Дирихле для сферы. Уравнение Лапласа в сферических функциях. Полиномы Лежандра и их свойства. Производящая функциям функция Бесселя. Разложение по сферическим функциям. Разыскание искомой гармонической функции в виде ряда по гармоническим полиномам. Задача Дирихле для внешности сферы. Задача Неймана для внутренности и внешности сферы.

4. Методы линейной алгебры при численных расчетах задач механики деформируемого твердого тела. Определители. Линейные пространства. Системы линейных уравнений. Линейные формы и линейные операторы и матрицы. Преобразователи координат. Билинейные и квадратичные формы. Евклидовы пространства. Ортогонализация и измерение объемов. Собственные векторы и собственные числа. Квадратичные формы в евклидовом пространстве.

5. Методы функций комплексного переменного при построении решений задач механики деформируемого твердого тела. Конформные отображения. Конформное отображение и его основные свойства. Геометрический смысл производной. Дробно-линейные отображения. Отображения с помощью эле-

ментарных функций. Теорема существования и единственности. Связь теории аналитических функций с задачей Дирихле.

6. Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений, как примеры модельных задач механики деформируемого твердого тела. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Автономные системы. Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Устойчивость.

Основная литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1999.
2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. М.: Физматгиз, т. III. 1969.
3. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. М.-Л.: Гостехтеориздат, 1952.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука, 1984.
5. Фукс Б.А., Шабат Б.В. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1964.
6. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1987.
7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Изд. 2, М.: Наука, 1965.
8. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Гостехтеориздат, 1953.
9. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
10. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1970.

Разработал:
Профессор, д.ф.-м.н. А.Ф. Ревуженко

Согласовано:
Зам. директора,
к.ф.-м.н. Е.А. Бондарь