



**МОСКОВСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА  
(МГУ)**

Ленинские горы, д.1, Москва, ГСП-1, 119991,  
Тел.: (495)939-10-00, факс: (495)939-01-26

*30.05.2013 № 295-23/013*

на № \_\_\_\_\_

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор

Ломоносова,  
сор РАН

Федянин

### ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу

Мишина Алексея Владимировича «Формализм обобщенной производной для анализа гетерогенных материалов», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям 1.1.9 — Механика жидкости, газа и плазмы и 1.1.8 – механика деформируемого твердого тела.

В работе предлагается метод построения усредненных характеристик гетерогенных материалов, основанный на выводе интегрального уравнения для функции Грина эффективной (усредненной) упругой среды. Он опирается на известную формулу дифференцирования разрывной функции в смысле теории обобщенных функций. Поверхности разрыва здесь — поверхности, по которым граничат фазы рассматриваемого композиционного материала. От соотношения, которое связывает производные от функции Грина с интегралами по поверхностям разделения фаз гетерогенного материала, автор переходит, путем операции усреднения, к интегралу по объему. Это позволяет вывести интегральное уравнение для функции Грина для эффективной (усредненной) среды, которое в ряде случаев можно явно решить. В результате получены эффективные упругие коэффициенты, учитывающие влияние границ раздела фаз, которые показали соответствие экспериментальным данным.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Во введении сформулированы цель работы, теоретическая и практическая значимость, даны сведения об апробации работы.

В первой главе приводится обзор литературы по рассматриваемой тематике.

Во второй главе вводится понятие обобщённой производной, которую предлагается использовать для построения модели гетерогенной упругой среды с разрывными упругими свойствами без отказа от дифференциальных уравнений равновесия — с заменой обычных производных на обобщённые. С использованием этого понятия получены эффективные упругие коэффициенты гетерогенной среды, представленные в

формулах (2.20), (2.25). Отмечен вклад параметра  $\gamma$ , отражающего влияние границ раздела фаз при  $\gamma \neq 1$ . Показано, что при  $\gamma = 1$  результаты совпадают с известными ранее в литературе данными.

Третья глава посвящена анализу эффективных упругих свойств гетерогенной среды. Предполагается статистическая однородность и изотропность распределения свойств среды. Рассмотрены случаи, когда одна среда – упругая, другая – имеет нулевые (“пустое” пространство) или очень малые упругие модули. Критическим параметром является распределение концентраций 1:1, поскольку при отклонении в одну сторону доминирует “твёрдый” материал – фактически связанный каркас, заполненный “слабым” веществом; при отклонении в другую сторону доминирует “слабое” вещество, в котором имеются несвязанные вкрапления “жесткого” материала. Рассмотрены предельные случаи малых и больших концентраций одного и другого материала, а также отклонения от их равной пропорции.

В четвёртой главе полученные теоретические результаты применяются для оценки эффективных модулей реальных материалов, полученных по технологии холодного газодинамического напыления и лазерного сплавления. Показано хорошее соответствие теоретических расчётов эффективных модулей экспериментальным результатам.

Автореферат соответствует содержанию диссертации. Выводы по диссертации правильно отражают основные результаты, полученные соискателем.

По содержанию диссертации имеется ряд замечаний критического характера.

1. Обзор литературы по теме диссертации крайне скуден и не включает работы известных научных школ по теории осреднения. Так, в МГУ имени М.В. Ломоносова данной темой занимались и продолжают заниматься коллеги и ученики академика О.А. Олейник и проф. А.С. Шамаева (кафедра дифференциальных уравнений); профессора Б.Е. Победри (кафедра механики композитов); академика Н.С. Бахвалова (кафедра вычислительной математики). Ни одна работа этих групп, хорошо известных как в России, так и за рубежом, не упомянута в диссертации.
2. По своему содержанию диссертация тесно связана с понятием обобщённой производной, имеющим строгое математическое определение и давно устоявшийся смысл. Связанные с ним утверждения и теоремы должны быть строго доказаны, т.к. любые отклонения от их условий могут приводить к существенно ошибочным результатам, чему есть множество примеров. Основной текст диссертации, на первый взгляд, имеет математический характер и претендует на математическую строгость. Однако, при детальном изучении можно заключить, что в нём нет ни одного строго доказанного утверждения или теоремы. Более того, само определение обобщённой производной, как его вводит автор на стр. 40, бессмысленно: обобщённая производная  $\nabla u(x)$  вводится через обычную производную  $du(x)$ , которая для разрывного поля  $u(x)$  попросту не существует! В то же время, диссертацию трудно отнести и к «прикладной»:

нигде не сформулирован полный перечень физических гипотез о характере распределении материала в среде, в результате чего неясна область применимости результатов работы. Например, могут ли быть применены результаты к слоистым композитам или к волокнистым средам, и если да, то при каких условиях?

3. Текст диссертации плохо структурирован. В частности, раздел «Постановка задачи», начинающийся со стр. 43, занимает 7 страниц, включающих несколько «утверждений» и «доказательств»; при этом постановки какой-либо задачи в этом разделе нет. Аналогично, в других главах в разделах «Постановка задачи» (стр. 66, 89) трудно понять, какая задача ставится. В разных разделах диссертации присутствуют многостраничные рассуждения, в которых трудно различить формулировки результатов и их доказательства. Множество ссылок на работы других авторов затрудняет отделение новых результатов автора от обсуждения известных ранее результатов.
4. В диссертации без каких-либо пояснений используется трудно понимаемая терминология. Например, в разделах, связанных с чисто упругими средами, с какого-то момента начинаются рассуждения о «зарядах» (электрические свойства в работе не рассматриваются). О каких зарядах идёт речь и какое это имеет отношение к теме работы? В разделе 2.2, также в чисто упругой статической задаче, рассматриваются «уравнения переноса» без объяснения, что куда переносится. Придать какой-либо смысл выражению (2.31), названному «функционалом энергии», и последующим выкладкам, крайне затруднительно.
5. В разделе «Нахождение эффективных коэффициентов вязкоупругости» (стр. 84) рассматриваются чисто упругие (без вязкости) свойства. Последний вывод по главе 2 на стр. 87 не соответствует содержанию главы, т.к. никаких свойств, кроме упругих, в ней не рассматривается.
6. На рис. 3.3 показан график производной эффективного модуля в зависимости от концентрации «слабого» материала, на котором явно имеется излом на 90 градусов. Однако, в тексте диссертации наличия такого излома ничем не обосновано; формулы (3.16), которые представляются как наводящее соображение, описывают асимптотики вблизи и вдали от перколяционного перехода, и не описывают зону склейки асимптотик, в которой находится излом.
7. В конце главы 3 проводится качественное сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными из литературы. Однако, рассмотренные эксперименты относятся к взаимодействию жидкой и твёрдой фаз, в то время как в диссертации рассматриваются две твёрдые фазы. Непонятно, как можно проводить даже качественное сравнение принципиально различных гетерогенных сред — «жидкость-упругая среда» и «упругая среда-упругая среда».

8. Экспериментально полученный модуль Юнга на рис. 4.3 (обозначен крестом) отличается от теоретического (показан кривой) на  $\sim 30\%$ . Вряд ли можно назвать такое соответствие удовлетворительным, как сказано на стр. 122.
9. Насколько можно судить, главной новизной теоретической части работы является получение формул осреднения с параметром  $\gamma \neq 1$ , учитывающим влияние границ раздела фаз. Однако, все сравнения с экспериментами приведены для  $\gamma = 1$ , что соответствует известным ранее теориям. В связи с этим непонятно, в каких реальных ситуациях влияние границ раздел фаз может быть существенным.

Сделанные замечания, однако, не влияют на общую положительную оценку работы. Автор продемонстрировал высокий уровень владения математическими методами решения уравнений, описывающих деформирование гетерогенных сред, и их применения к анализу реальных, возникающих в практике задач. Диссертация прошла необходимую апробацию на научных конференциях и семинарах. Результаты изложены в 8 публикациях из списка ВАК, что значительно превышает требования к кандидатским диссертациям.

К достоинствам работы можно отнести сравнение с экспериментальными данными, показавшее хорошее количественное согласие с теоретическими результатами. Хотя предложенный в работе подход не является математически строгим, он дает хорошие результаты при построении эффективных характеристик гетерогенных сред. В работе это обосновывается совпадением с применением других методов или совпадением с экспериментальными данными. Во многих случаях получаются явные аналитические результаты, что важно для приложений. Их можно использовать для построения материалов со свойствами, близкими к заданным.

Результаты работы могут быть полезными для организаций, занимающихся разработкой новых конструкционных материалов и материаловедением.

По объему выполненных исследований и практической значимости диссертация Мишина А.В. является законченным научным трудом, соответствует паспорту специальностей 1.1.9 «Механика жидкости, газа и плазмы» и 1.1.8 «Механика деформируемого твердого тела» и отвечает требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук. Её автор, Мишин Алексей Владимирович, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальностям 1.1.9 «Механика жидкости, газа и плазмы» и 1.1.8 «Механика деформируемого твердого тела».

Отзыв на диссертацию и автореферат обсужден и одобрен на заседании секции Учёного Совета по гидродинамике НИИ механики МГУ, протокол № 1 от «28» марта 2023 г.

Отзыв составили:

Заместитель директора по НИР  
НИИ механики МГУ,  
профессор кафедры гидромеханики  
механико-математического факультета МГУ,  
доктор физико-математических наук  
e-mail: vasily.vedeneev@mail.ru  
контактный телефон: (495) 939-52-83

Веденеев Василий Владимирович

Подпись В. В. Веденева заверяю:

Профессор кафедры дифференциальных уравнений  
механико-математического факультета МГУ,  
доктор физико-математических наук, профессор  
e-mail: sham@rambler.ru  
контактный телефон: (495) 939-52-83

/

ганизлавович

Подпись А. С. Шамаева заверяю:

*А.С. Шамаева*

*Шамаева А.С.*

Федеральное государственное  
образование «Московский госу  
(Научно-исследовательский ин  
университета имени М.В. Ломоносова), адрес: 119192, Москва, Мичуринский пр-т, д.1.  
Тел.: (495) 939-31-21, e-mail: [common@imec.msu.ru](mailto:common@imec.msu.ru)

вательное учреждение высшего  
ситет имени М.В. Ломоносова»  
Московского государственного

## СВЕДЕНИЯ О ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

по диссертации Мишина Алексея Владимировича, выполненной на тему: «Формализм обобщённой производной для анализа гетерогенных материалов» по специальностям 1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы и 1.1.8 – Механика деформируемого твёрдого тела

1.	Полное наименование организации	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»
2.	Сокращенное наименование организации	МГУ имени М. В. Ломоносова
3.	Организационно-правовая форма организации	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
4.	Ведомственная принадлежность организации	Правительство РФ
5.	Место нахождения	г. Москва, Российская Федерация
6.	Почтовый адрес организации	119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д. 1, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
7.	Телефон организации	Тел.: +7 (495) 939-10-00 Факс: +7 (495) 939-01-26
8.	Адрес электронной почты организации	info@rector.msu.ru
9.	Адрес официального сайта организации в сети Интернет	www.msu.ru
10.	Руководитель организации	Садовничий Виктор Антонович
11.	Наименование профильного структурного подразделения, занимающегося проблематикой диссертации	Научно-исследовательский институт механики
12.	Сведения о лице, утверждающем отзыв ведущей организации	Проректор — начальник Управления научной политики МГУ имени М. В. Ломоносова, профессор, доктор физико-математических наук Федянин Андрей Анатольевич
13.	Сведения о составителе отзыва из ведущей организации	Зам. директора по научной работе НИИ Механики МГУ, доктор физико-математических наук, Веденеев Василий Владимирович Профессор механико-математического факультета МГУ, доктор физико-математических наук, Шамаев Алексей Станиславович
14.	<p style="text-align: center;">Список основных публикаций работников структурного подразделения, составляющего отзыв, за последние пять лет по теме диссертации</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Bobyleva T., Shamaev A. Spectrum of Transverse Vibrations of a Layered Viscoelastic Composite// Lecture Notes in Civil Engineering. 2023. Т. 282. С. 211-223.</li> <li>2. Bobyleva T., Shamaev A. Homogenization in the Problem of Long-Term Loading of a Layered Elastic-Creeping Composite// Lecture Notes in Civil Engineering. 2022. Т. 189. С. 20-26.</li> <li>3. Shamaev A.S., Shumilova V.V. Effective Acoustic Equations for a Layered Material Discribed by the Fractional Kelvin-Voigt Model// Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика. 2021. Т. 14. № 3. С. 351-359.</li> </ol>	

4. Шамаев А.С., Шумилова В.В. Асимптотика спектров одномерных собственных колебаний в средах, состоящих из твердых и жидких слоев// Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. 2020. Т. 491. № 1. С. 66-70.
5. Бобылева Т.Н., Шамаев А.С. Асимптотическое поведение решений задачи дифракции акустической волны на совокупности малых препятствий// Проблемы математического анализа. 2020. № 105. С. 59-66.
6. Шамаев А.С., Шумилова В.В. Спектр одномерных собственных колебаний слоистой среды, состоящей из упругого материала и вязкой несжимаемой жидкости// Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2020. № 4. С. 53-57.
7. Шамаев А.С., Шумилова В.В. Асимптотика спектра одномерных собственных колебаний в среде из слоев вязкоупругого материала и вязкой жидкости// Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2019. № 6. С. 12-24.
8. Bobyleva T., Shamaev A. Effective characteristics of a layered tube consisting of elastic-creeping materials// MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 251. Paper 04039.
9. Alexander A. Gavrikov, Dmitri Knyazkov, Andrey M. Melnikov, Alexey S. Shamaev, Vasily V. Vedeneev. On limits of applicability of the homogenization method to modeling of layered creep media// IFAC PapersOnLine. 2018. Vol. 51. № 2. P. 144-149.
10. Gavrikov A.A., Shamaev A.S. On the Modeling of Creep Layered Structures with Nonlinear Constitutive Relations// IFAC-PapersOnLine. 2018. Vol. 51. № 2. P. 150-155.

Ведущая организация подтверждает, что соискатель не является ее сотрудником и не имеет научных работ по теме диссертации, подготовленных на базе ведущей организации или в соавторстве с ее сотрудниками.

Проректор — начальник  
Управления научной политики МГУ  
имени М. В. Ломоносова, профессор,  
доктор физико-математических наук

↗

Федянин А.А.